ESAME SCRITTO DI FISICA TEORICA I

25 gennaio 2016

Tempo massimo 2 ore. Non sono ammessi libri o appunti

Si consideri una teoria contenente due fermioni di Dirac f_1 e f_2 associati rispettivamente ai campi ψ_1, e ψ_2 ed avente lagrangiana

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_1 \left(i\not\partial - m_1\right)\psi_1 + \bar{\psi}_2 \left(i\not\partial - m_2\right)\psi_2 - G\left(\bar{\psi}_1\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi_2\right)\left(\bar{\psi}_2\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi_1\right), \quad (1)$$

dove G è una costante reale positiva.

(1) Scrivere le regole di Feynman per la teoria.

(2) Determinare il modulo quadro dell'ampiezza non-polarizzata per il processo $f_1 f_2 \to f_1 f_2$ (urto elastico fra i due fermioni) in termini di invarianti di Mandelstam nel limite in cui $m_2 \to 0$.
Suggerimenti: (1) $\mathrm{Tr}\left(\gamma^\mu\gamma^\rho\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^5\right) = -4i\epsilon^{\mu\rho\nu\sigma}$;
(2) $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} = -2\left(g^\rho_\alpha g^\sigma_\beta - g^\rho_\beta g^\sigma_\alpha\right)$

(3) Nel sistema di riferimento in cui il fermione f_1 è a riposo, esprimere la cinematica in termini delle variabili E_2, energia del fermione f_2 entrante, e $y = E_1'/E_2$, dove E_1' è l'energia del fermione f_1 uscente. Determinare quindi lo spazio delle fasi e la sezione d'urto differenziale $\frac{d\sigma}{dy}$ per il processo del punto precedente.

(4) Discutere brevemente la dipendenza del risultato trovato al punto precedente dalle variabili cinematiche, e gli estremi entro cui queste possono variare, nel limite di alta energia in cui anche la massa di f_1 è trascurabile.

(5) Discutere se la teoria data sia rinormalizzabile, e se essa rispetti la parità.

(6) Discutere le simmetrie della teoria data, introducendo un doppietto di campi $\Psi = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}$ e chiedendosi qual è la più generale trasformazione $\Psi \to \Psi' = U\Psi$ che lascia la lagrangiana invariata. In particolare, discutere se la lagrangiana sia invariata se U è una generica matrice unitaria 2×2 e, se non lo è, come è necessario modificare la lagrangiana affinché lo diventi.