

Problemi per il corso di  
teoria delle interazioni fondamentali  
gennaio 2012

*Primo Modulo*

**1. Produzione di scalari neutri.**

Considerare una teoria con un fermione carico (denominato  $b$  nel seguito) accoppiato ad un potenziale elettromagnetico  $A^\mu$  ed un campo scalare reale  $\phi$  (denominato  $H$  nel seguito) accoppiato al fermione, avente lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_H^2\phi^2\right) + \bar{\psi}(i\not{D} - m_b)\psi - g\bar{\psi}\psi\phi$$

dove la derivata covariante è  $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$ .

- (a) Si determinino le regole di Feynman per questa teoria.
- (b) Si calcolino, al più basso ordine perturbativo, le sezioni d'urto differenziali per i processi
  - $b\bar{b} \rightarrow H$ ,
  - $b\bar{b} \rightarrow \gamma H$ ,
  - $b\gamma \rightarrow bH$ .
- (c) Si confrontino le sezioni d'urto calcolate al punto precedente tra di loro e se ne discutano gli andamenti sia nel limite di alta che di bassa energia.

**2. Self-energia per un campo scalare auto-accoppiato.**

Si consideri la teoria di un campo scalare reale  $\phi$  con accoppiamenti cubici e quartici, descritta dalla lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m^2\phi^2\right) - \frac{g}{3!}\phi^3 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4. \quad (1)$$

- (a) Si scrivano le regole di Feynman per questa teoria, e le si utilizzino per calcolare la correzione ad un loop al propagatore del campo scalare. Si determini il risultato regolarizzato usando la regolarizzazione dimensionale.

- (b) Si dimostri che la divergenza proporzionale a  $\lambda$  può essere rimossa definendo una massa fisica  $m_0$ , ma non la divergenza proporzionale a  $g$ .
- (c) Si sviluppi il risultato per il contributo proporzionale a  $g$  al primo ordine non banale in uno sviluppo in serie di potenze di  $\frac{p^2}{m^2}$  e si esegua l'integrale sui parametri di Feynman in tale approssimazione.
- (d) Si dimostri che, in tale approssimazione, la divergenza proporzionale a  $g$  può essere rimossa ridefinendo la normalizzazione del campo scalare  $\phi$ , cioè riscrivendo la teoria in termini di un campo  $\phi_r = Z_\phi \phi$ .

### 3. Produzione associata di $W$ e fotoni.

Si consideri il processo  $q\bar{q} \rightarrow W\gamma$  nel modello standard con una sola generazione di quark (up e down).

- (a) Si disegnino i diagrammi di Feynman che contribuiscono a questo processo.
- (b) Si calcoli l'ampiezza per il processo e si verifichi che essa soddisfa l'identità di Ward elettromagnetica.
- (c) Si determini la sezione d'urto per il processo.

### 4. Decadimento del muone polarizzato

Si consideri il decadimento di un muone polarizzato, con spin diretto lungo l'asse  $\hat{n}$ .

- (a) Si determini lo spettro di decadimento del muone nel sistema di riferimento in cui il muone decade a riposo, in funzione dell'energia e dell'angolo di uscita dell'elettrone.
- (b) Si determini la distribuzione angolare del decadimento, integrata su tutte le energie.
- (c) Si determini la larghezza di decadimento totale

## Secondo Modulo

### 1. Identità di Ward per il processo di Drell-Yan di corrente carica

Si consideri la produzione di bosoni  $W^+$  in urti protone-protone

- (a) Si scriva l'espressione fattorizzata per il processo, e si discuta l'osservabile fisica in situazioni realistiche sia per  $W^+$  reali che per  $W^+$  virtuali
- (b) Si determini l'ampiezza di scattering partonica ad albero, e Si verifichi l'identità di Ward relativa al bosone  $W$ .
- (c) Si consideri il caso in cui lo stato finale è  $u\bar{d} \rightarrow e^+\nu_e\gamma$ , e si scriva l'ampiezza partonica ad albero utilizzando una regola di Feynman modificata per descrivere la regione  $s \sim M_W$ , in cui nel propagatore del bosone  $W$  è stata introdotta una larghezza di decadimento dipendente da  $s$ :

$$\frac{-i g^{\mu\nu}}{s - M_W^2} \rightarrow \frac{-i g^{\mu\nu}}{s - M_W^2 + i\Gamma_W(s)M_W}$$

- (d) Si discuta l'identità di Ward relativa al fotone emesso.

### 2. Produzione associata di Higgs e $W$ I

Si consideri la produzione associata di un bosone di Higgs e di un bosone  $W$  in collisioni protone-protone nel modello standard, ossia il processo  $pp \rightarrow WH$ .

- (a) Si scriva l'espressione fattorizzata per processo e si discutano i sottprocessi partonici sia al primo ordine che agli ordini successivi.
- (b) Si calcoli l'elemento di matrice ad albero.
- (c) Si determini la distribuzione in  $p_T$  dell'Higgs al primo ordine perturbativo

### 3. Produzione associata di Higgs e $W$ II

Si considerino ora le correzioni al primo ordine in  $\alpha_s$  a questo processo.

- (a) Si determini l'ampiezza per la correzione di emissione reale al primo ordine in  $\alpha_s a$ .

- (b) Si identifichi il coefficiente del termine singolare collineare, e si verifichi che esso coincide con la splitting function di Altarelli-Parisi.
- (c) Si discuta come viene modificata la cinematica dell'espressione fattorizzata in questo caso rispetto al caso ad albero.

#### 4. Produzione di Higgs in fusione di $W$

Si consideri il processo di produzione di Higgs attraverso fusione di  $W$  in collisioni protone-protone.

- (a) Si scriva l'espressione per l'ampiezza ad albero per il processo partonico.
- (b) Si determini la sezione d'urto partonica al primo ordine.
- (c) Si scriva l'espressione per la sezione d'urto adronica e la si metta in relazione con il quadrato dell'espressione per l'urto profondamente inelastica. Si discuta se, al primo ordine perturbativo, vi siano termini che violano l'identificazione della sezione d'urto con il quadrato di quella profondamente inelastica, e, a meno di tali eventuali termini, si scriva la sezione d'urto in termini del consueto tensore adronico  $W^{\mu\nu}$ .