Strategie per l'insegnamento della fisica

alcuni risultati utili

1 Lezione I: invarianza galileiana

1.1 *Moto rettilineo uniforme*

La legge del moto rettilineo uniforme, per un corpo che al tempo $t = 0$ si trova nel punto $\vec{x}_i$ e si muove a velocità $\vec{v}$, è

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_i + \vec{v}t. \tag{1}$$

La distanza spaziale percorsa in un tempo t è

$$s = |\vec{x}(t) - \vec{x}_i| = vt, \tag{2}$$

con $v = |\vec{v}|$ (modulo del vettore velocità).

1.2 *Trasformazioni di Galileo*

Le trasformazioni di Galileo per il vettore posizione $\vec{x}(t)$ ed il vettore velocità $\vec{v}(t)$, quando si passa da un sistema di riferimento ad un altro in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso, sono

$$\vec{x}(t) \quad \rightarrow \quad \vec{x}'(t) = \vec{x}(t) + \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t, \tag{3}$$

$$\vec{v}(t) \quad \rightarrow \quad \vec{v}'(t) = \vec{v}(t) + \vec{v}_0, \tag{4}$$

dove le coordinate 'prime' sono riferite ad un nuovo sistema di riferimento tale per cui l'origine del sistema di riferimento *di partenza* (cioè senza primi) nel nuovo sistema di riferimento è data dalla Eq. (1) con $\vec{x}_i = \vec{x}_0$ e $\vec{v} = \vec{v}_0$.

Esempio: le coordinate del sistema di partenza sono riferite alla nave. Le coordinate nel sistema primo sono riferite al porto. L'origine del sistema di partenza, cioè l'albero maestro della nave, si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al porto. Al tempo $t = 0$ l'albero maestro della nave si trova in $\vec{x}_0$ (rispetto al porto) ed a temi successivi su muove (sempre rispetto al porto) con velocità $\vec{v}_0$.

2 Lezione II: la legge fondamentale della dinamica

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{5}$$

2.1 *Moto uniformemente accelerato*

Per un moto uniformemente accelerato, la velocità cresce proporzionalmente al tempo: se la velocità al tempo $t = 0$ è nulla (il corpo è fermo), al tempo t essa è

$$\vec{v}(t) = \vec{a}t. \tag{6}$$

La stessa relazione vale sul modulo della velocità, o nel caso unidimensionale, cioè di moto in un'unica direzione fissata:

$$v(t) = at. \tag{7}$$

dove $v = |\vec{v}|$ e $a = \vec{a}$.

D'ora in poi consideriamo il caso unidimensionale, Eq. (7) (più semplice).

La distanza percorsa in un tempo t è

$$s = \frac{1}{2}at^2. \tag{8}$$

Dimostrazione: la velocità media è

$$\langle v \rangle = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{1}{2}v_f = \frac{1}{2}at, \tag{9}$$

dove la velocità iniziale è $v_i = 0$ e la velocità finale si ottiene dalla Eq. (7). Usando la Eq. (2) si trova subito il risultato Eq. (8):

$$s = \langle v \rangle t = \frac{1}{2}at^2. \tag{10}$$

Notare che se la velocità iniziale non è nulla, ma pati a v_i (sempre diretta lungo la stessa unica direzione) allora

$$v(t) = v_i + at. \tag{11}$$

e quindi ora $v_f = v_i + at$, la veolcità media è

$$\langle v \rangle = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{1}{2}(v_i + v_i + at) = v_i + \frac{1}{2}at, \tag{12}$$

e con lo stesso argomento

$$s = v_i t + \frac{1}{2} a t^2. \tag{13}$$

2.2 *Piano inclinato*

La forza che agisce su un grave lungo l'asse verticale è

$$f = mg, \tag{14}$$

quindi dalla Eq. (5)

$$a = g: \tag{15}$$

tutti i gravi cadono con la stessa accelerazione universale.

Se il grave scivola lungo un piano inclinato con attrito piccolissimo e trascurabile, la forza lungo la direzione del moto è pari a

$$f = m\frac{h}{d}, \tag{16}$$

dove l'altezza del piano è h, e d è la lunghezza del lato inclinato del piano stesso su cui il corpo scivola, e quindi l'accelerazione è

$$a = g\frac{h}{d}. \tag{17}$$

3 Lezione III: energia, impulso e leggi di conservazione

3.1 *Energia cinetica ed energia potenziale*

La legge oraria del moto uniformemente accelerato Eq. (8) permette di esprimere il tempo trascorso in funzione della distanza percorsa:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}. \tag{18}$$

La velocità dopo un tempo t è quindi

$$v = at = \sqrt{2sa}. \tag{19}$$

L'energia cinetica è

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \tag{20}$$

e per il moto uniformemente accelerato essa quindi vale, usando la Eq. (19),

$$T = msa = fs, \tag{21}$$

dove nell'ultimo passo abbiamo usato $f = ma$.

Definiamo il potenziale

$$V = -fx, \tag{22}$$

a meno di una costante arbitraria. Quindi la forza è la variazione del potenziale.

Per un piano inclinato, notiamo che se la distanza percorsa è $s = d$, la lunghezza del piano, allora la Eq. (19) diventa

$$v = \sqrt{2da} = \sqrt{2gh}, \tag{23}$$

dove nell'ultimo passaggio abbiamo usato la relazione Eq. (17) tra altezza e lunghezza del piano inclinato e accelerazione di gravità. Ne segue pertanto che in questo caso, usando nuovamente la Eq. (19),

$$T = mgh \tag{24}$$

e quindi il potenziale è

$$V = -gh. \tag{25}$$

3.2 *Leggi di conservazione*

La legge del moto lega la variazione temporale dell'impulso (o quantità di moto), definito come

$$p = mv, \tag{26}$$

con la variazione spaziale del potenziale. Infatti $f = ma$ piò essere interpretato come

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta x}, \tag{27}$$

dove abbiamo scritto l'accelerazione come la variazione Δv della velocità in un tempo Δt.

Per un sistema di due corpi aventi coordinate x_1 e x_2 rispettivamente, il potenziale è invariante per traslazioni se $V = V(x_1 - x_2)$. In tal caso la forza totale sul primo coroo è uguale e contraria a quella sul secondo corpo, e quindi

$$\frac{\Delta V}{\Delta x_1} = -\frac{\Delta V}{\Delta x_2}. \tag{28}$$

Segue dalla Eq. (27) che le rispettive variazioni dell'impulso sono eguali e contrarie

$$m_1 \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta v_2}{\Delta t} \tag{29}$$

e quindi l'impulso non cambia (conservazione della quantità di moto):

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2', \tag{30}$$

dove p_1, p_2 sono gli impulsi ad un dato istante, e p_1', p_2' gli impulsi ad un istante successivo (o precedente).

Combinando l'espressione Eq. (21) dell'energia cinetica e la definizione Eq. (22) del potenziale si vede che la loro somma è costante (conservazione dell'energia):

$$T + V = 0. \tag{31}$$