

## ESAME SCRITTO DI FISICA TEORICA I

24 giugno 2021

*Tempo massimo 2 ore. Non sono ammessi libri o appunti*

Si consideri una teoria contenente un campo scalare reale  $\phi$  e due fermioni di Dirac  $f_1$  e  $f_2$  associati rispettivamente ai campi  $\psi_1$ , e  $\psi_2$  ed avente lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_\phi^2 \phi^2) + \bar{\psi}_1 (i\not{\partial} - m_1 + ig\phi) \psi_1 + \bar{\psi}_2 (i\not{\partial} - m_2 + ig\phi) \psi_2. \quad (1)$$

- (1) Determinare il tensore energia-impulso per la teoria data.
- (2) Elencare le simmetrie interne (cioè che lasciano invariate le coordinate spazio-temporali) della teoria, e determinare le correnti di Noether classiche associate. A che leggi di conservazione corrispondono da un punto di vista fisico?
- (3) Determinare l'insieme massimale di operatori quantistici che commutano con la hamiltoniana della teoria, scriverne l'espressione in termini di operatori di creazione e distruzione, e determinare le relazioni di commutazione fra di essi.
- (4) Scrivere le regole di Feynman per la teoria.
- (5) Determinare al primo ordine perturbativo il modulo quadro dell'ampiezza non polarizzata per il processo  $f_1 \bar{f}_2 \rightarrow f_1 \bar{f}_2$  (scattering elastico fra i due fermioni della teoria). Scrivere il risultato in termini di invarianti di Mandelstam (per valori generici di  $m_1$  ed  $m_2$ ).
- (6) Determinare l'ampiezza calcolata al punto precedente nel limite  $m_\phi \rightarrow \infty$ , sviluppando il risultato al primo ordine in serie di potenze di  $1/m_\phi$ . Scrivere la lagrangiana di una teoria in cui l'ampiezza così trovata si ottenga come ampiezza al primo ordine perturbativo per il processo dato. Determinare la relazione fra la costante di accoppiamento di questa teoria ed i parametri della lagrangiana Eq. (1). Discutere se questa lagrangiana e la lagrangiana Eq. (1) siano rinormalizzabili.
- (7) Rispondere nuovamente alla domanda (3) nel caso in cui  $m_1 = m_2$ .