

ESAME SCRITTO DI FISICA TEORICA I

2 ore e 30 minuti; non sono consentiti libri o appunti

19 giugno 2022

Considerare una teoria con un campo scalare reale ϕ di massa M e due campi di Dirac ψ_1 e ψ_2 di uguale massa m , avente lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - M^2 \phi^2) + \bar{\psi}_1(i\not{\partial} - m)\psi_1 + \bar{\psi}_2(i\not{\partial} - m)\psi_2 - g\bar{\psi}_1\psi_2\phi - g\bar{\psi}_2\psi_1\phi. \quad (1)$$

1. Determinare il tensore energia-impulso e la hamiltoniana per questa teoria.
2. Scrivere le regole di Feynman della teoria.
3. Dimostrare che la lagrangiana data è invariante sotto una trasformazione di fase dei campi ψ_1 e ψ_2 , determinare la corrente classica di Noether conservata e interpretare fisicamente la carica conservata.
4. Considerare il processo $f_1\bar{f}_1 \rightarrow \phi\phi$, dove f_1 è il fermione associato al campo ψ_1 . Disegnare il o i diagrammi di Feynman ad albero per questo processo.
5. Determinare l'ampiezza per il processo al punto precedente includendo le masse. Calcolare quindi il modulo quadro dell'ampiezza non polarizzata trascurando la massa dei fermioni (ma non quella dello scalare), esprimendo il risultato in termini di prodotti scalari dei quadri-impulsi entranti e/o uscenti.
6. Esprimere il risultato trovato al punto precedente in termini di invarianti di Mandelstam.
7. Disegnare tutti i diagrammi di Feynman corrispondenti alle correzioni a un loop al processo dato e determinare per ciascuno di essi il grado di divergenza.
8. Dimostrare che oltre alla trasformazione di fase trovata al punto 3 esiste un'altra trasformazione $U(1)$ dei campi che lascia la lagrangiana invariata, dimodoché la simmetria complessiva è $U(1)\otimes U(1)$.

Suggerimento: Scrivere i due campi ψ_i come un multipletto $\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ ed esprimere la lagrangiana in termini di ψ .

Discutere se nel caso di massa nulla $m = 0$ la simmetria complessiva cambi o resti invariata.