

ESAME SCRITTO DI FISICA TEORICA I

2 ore e 30 minuti; non sono consentiti libri o appunti

11 luglio 2025

Considerare una teoria con due campi scalari carichi ψ_i e ψ_2 di massa m_1 e m_2 rispettivamente, e uguale carica e , accoppiati all'elettromagnetismo, avente lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\phi_1)^*(D^\mu\phi_1) - m_1^2\phi_1^*\phi_1 + (D_\mu\phi_2)^*(D^\mu\phi_2) - m_2^2\phi_2^*\phi_2, \quad (1)$$

dove $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ è il tensore di Maxwell, e la derivata covariante D^μ è definita da

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu. \quad (2)$$

1. Determinare la densità di hamiltoniana $\mathcal{H} = T^{00}$ per questa teoria (essendo $T^{\mu\nu}$ il tensore energia-impulso), **non** includendo il contributo della lagrangiana di Maxwell.
2. Determinare le simmetrie interne per questa teoria, scrivere le corrispondenti correnti classiche conservate e le corrispondenti cariche quantistiche espresse in termini di operatori di creazione e distruzione e discutere a che legge di conservazione corrispondono.
3. Scrivere le regole di Feynman per questa teoria. Per il numeratore del propagatore del fotone utilizzare $-ig_{\mu\nu}$.
4. Scrivere i diagrammi di Feynman ad albero e l'ampiezza per i processi $\phi_1(p_1)\bar{\phi}_1(p_2) \rightarrow \phi_2(k_1)\bar{\phi}_2(k_2)$ e $\phi_1(p'_1)\phi_2(p'_2) \rightarrow \phi_1(k'_1)\phi_2(k'_2)$, e confrontare i risultati ottenuti per i due processi.
5. Calcolare l'ampiezza modulo quadro per i due processi al punto precedente, esprimendo il risultato in termini di prodotti scalari fra gli impulsi entranti e uscenti.
6. Esprimere il risultato trovato al punto precedente in termini di invarianti di Mandelstam. Determinare inoltre la regione fisica in cui i processi possono avvenire, supponendo $m_1 < m_2$.
7. Determinare se nel limite di alte energia, in cui $p_i \gg m_i$, con $i = 1, 2$, le ampiezze trovate al punto precedente siano o meno invariate. Se non lo sono determinare la forma che esse assumono in questo limite.
8. Determinare se nel limite di alte energia la teoria abbia una simmetria maggiore di quella trovata al punto (2), e in caso affermativo determinare le corrispondenti correnti conservate.
9. Disegnare i diagrammi di Feynman per tutte le correzioni a un loop a tutte le funzione a due punti della teoria, e determinarne il grado di divergenza.