

ESAME SCRITTO DI FISICA TEORICA I

22 settembre 2021

Tempo massimo 2 ore. Non sono ammessi libri o appunti

Si consideri una teoria contenente un campo elettromagnetico e due fermioni di Dirac senza massa f_1 e f_2 , associati rispettivamente ai campi ψ_1 , e ψ_2 , accoppiati al campo elettromagnetico in modo chirale, ossia con un accoppiamento dipendente da γ_5 :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}_1 i\not{\partial}\psi_1 + \bar{\psi}_2 i\not{\partial}\psi_2 + \bar{\psi}_1 \not{A}(a + b\gamma_5)\psi_1 + \bar{\psi}_2 \not{A}(a + b\gamma_5)\psi_2. \quad (1)$$

- (1) Scrivere le regole di Feynman per la teoria data.
- (2) Determinare il tensore energia-impulso per la teoria data ed utilizzare il risultato per determinare la hamiltoniana.
- (3) Determinare al primo ordine perturbativo il modulo quadro dell'ampiezza non polarizzata per il processo $f_1(p_1)f_1(p_2) \rightarrow f_2(p_3)f_2(p_4)$, dove p_i , k_i indicano gli impulsi dei quattro fermioni. Scrivere il risultato in termini di p_i e k_i .

Suggerimenti:

- ricordare le identità

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_5) &= 4i\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}, \\ \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \epsilon^{\sigma\rho\mu\nu} &= -2(g^\alpha_\sigma g^\beta_\rho - g^\alpha_\rho g^\beta_\sigma). \end{aligned}$$

- Il risultato finale è una funzione razionale dei prodotti scalari degli impulsi, il cui numeratore ha la forma $[A(a, b)p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot p_4 + B(a, b)p_1 \cdot p_4 p_2 \cdot p_3]$, dove $A(a, b)$ e $B(a, b)$ sono funzioni degli accoppiamenti a e b .
- (4) Scrivere l'ampiezza trovata al punto precedente in termini di invarianti di Mandelstam.
 - (5) Determinare se l'ampiezza calcolata al punto precedente sia o meno invariante sotto lo scambio degli impulsi delle particelle uscenti, per fissi impulsi delle particelle entranti. In particolare, detto $M(p_1, p_2; p_3, p_4)$ il modulo quadro dell'ampiezza non polarizzata calcolata al punto (3), calcolare l'asimmetria forward-backward nel sistema del centro di massa

$$A_{\text{FB}} \equiv \frac{M(p_1, p_2; p_1, p_2)}{M(p_1, p_2; p_2, p_1)} \quad (2)$$

ossia il rapporto, nel sistema di riferimento del centro di massa, fra l'ampiezza calcolata quando l'impulso di f_2 è parallelo a quello di f_1 e l'ampiezza calcolata quando l'impulso di f_2 è antiparallelo a quello di f_1 . Discutere la dipendenza del risultato dai valori di a e b ed in particolare se l'asimmetria sia nulla o meno a seconda dei valori di a e b , e interpretare il risultato.

- (6) Esprimere la lagrangiana Eq. (1) in termini dei campi $\psi_i^\pm \equiv \frac{1 \pm \gamma_5}{2}\psi_i$, con $i = 1, 2$; elencare quindi tutte le simmetrie interne (cioè che lasciano invariate le coordinate spazio-temporali) della teoria, e determinare le correnti di Noether classiche associate.