

Problemi per il corso di
teoria delle interazioni subnucleari,
giugno 2004

1. **Identità di Ward**

Considerare la corrente $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ in QED o QCD. Dimostrare che moltiplicandola per l'impulso entrante q_μ si ottiene la differenza degli inversi dei due propagatori fermionici valutati ai valori dell'impulso che entrano nel vertice. Considerare il vertice trilineare dei vettori di gauge in QCD. Dimostrare che moltiplicando una gamba per il momento entrante si ottiene la differenza dei due propagatori inversi (vettoriali) per i momenti delle rimanenti due gambe.

2. **Produzione associata di Z**

Considerare il processo $e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \gamma(k) + Z^0(q)$ (gli impulsi delle particelle son indicati tra parentesi). Calcolare la sezione d'urto ad albero in funzione dell'energia totale e dell'angolo di scattering del fotone nel sistema di riferimento del centro di massa della coppia e^+e^- .

3. **Decadimenti del W e dello Z^0**

Calcolare i tassi relativi di decadimento (branching ratios) del W in leptoni e in adroni, e dello Z^0 in leptoni, neutrini, adroni e $b\bar{b}$, all'ordine piu' basso delle interazioni deboli. Confrontare i numeri ottenuti con quanto riportato nel PDG (pdg.lbl.gov). Si noti che non è necessario calcolare alcun diagramma di Feynman.

4. **Correzioni radiative forti**

Le correzioni piu' grandi alle branching fraction dell'esercizio precedente sono quelle forti (dato che α_s è la più grande costante d'accoppiamento nel modello standard). Dimostrare che tali correzioni sono le stesse di quelle al processo $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow$ adroni. Stimare tali correzioni usando l'espressione di α_s a 1 loop, e calcolarne l'effetto sui branching ratios dell'esercizio precedente. Si osserva un miglioramento nell'accordo coi dati?

5. **Numero di famiglie**

Sapendo che la larghezza totale di decadimento del bosone Z_0 è $\Gamma_{tot} = 2.4952$ GeV e che la larghezza parziale per il canale di decadimento

$Z_0 \rightarrow e^+e^-$ è $\Gamma_{e^+e^-} = 0.084 \text{ GeV}$, e utilizzando i risultati dei due esercizi precedenti, dare una stima del numero di famiglie fermioniche compatibile con questi dati.

6. **Asimmetria “forward-backward”**

Calcolare nel Modello Standard elettrodebole, a livello ad albero, la sezione d’urto differenziale $d\sigma/d\cos\theta$ del processo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Trascurare per semplicità tutte le masse dei fermioni.

Calcolare l’asimmetria “forward-backward”, definita come

$$A(\theta) \equiv \frac{\sigma(\theta) - \sigma(\pi - \theta)}{\sigma(\theta) + \sigma(\pi - \theta)}.$$

Per energie nel centro di massa $\sqrt{s} \simeq m_Z$, il diagramma con lo scambio di un bosone Z_0 diventa risonante. In tal caso, utilizzare come propagatore per il bosone Z_0 l’espressione (di Breit e Wigner)

$$D^{\mu\nu} = -i \frac{g^{\mu\nu}}{p^2 - m_Z^2 + i\Gamma_Z m_Z},$$

dove Γ_Z è la larghezza totale di decadimento dello Z^0 .

7. **Teorema di equivalenza**

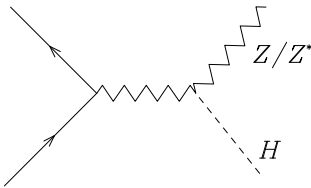
Calcolare la larghezza di decadimento del processo $t \rightarrow W_\mu^+ b$. Cosa cambierebbe se il W^+ avesse massa nulla? Confrontare il risultato con il calcolo della larghezza per il processo $t \rightarrow \phi^+ b$, dove ϕ^+ è lo scalare non fisico che dà massa al bosone W . Alla luce di questo secondo calcolo, discutere la relazione tra la polarizzazione longitudinale del W^+ e il contributo dello scalare non fisico.

8. **Decadimento del τ**

La larghezza del muone (ad albero) è data da $\Gamma_\mu = G_F^2 m_\mu^5 / (192\pi^3)$. Dedurre la formula per la larghezza del τ , trascurando le correzioni forti. Calcolare il branching ratio del tau in leptoni. Confrontare il risultato coi dati. Qual è l’effetto delle interazioni forti all’ordine più basso?

9. **Produzione dell’Higgs**

Lo Higgs può essere prodotto in collisioni e^+e^- con il meccanismo



dove a LEP I lo Z prodotto è virtuale (Z^*), mentre a LEP II è reale. Calcolare la sezione d'urto per questo processo, e discutere brevemente i segnali sperimentali corrispondenti.

10. Urto elastico elettrone-neutrino

Considerare l'urto $e^- \nu \rightarrow e^- \nu$. Parametrizzare la cinematica in termini dell'energia del neutrino E_ν e del rapporto $y = E_e/E_\nu$ dove E_e e' l'energia dell'elettrone, $0 \leq y \leq 1$. Determinare ad albero la sezione d'urto differenziale $d\sigma/dy$ per urto elastico. Confrontare il risultato a seconda che il neutrino sia ν_e oppure ν_μ .

11. Running a 2 loop di α_s

Determinare la dipendenza dalla scala della costante di accoppiamento forte $\alpha_s(Q^2)$ usando l'espressione a due loop della funzione β :

$$\frac{d \alpha_s(t)}{dt \ 2\pi} = -\frac{1}{2}\beta_0 \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 - \frac{1}{4}\beta_1 \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^3 .$$

Sapendo che $\alpha_s(M_z) = 0.120$ e che $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$, $\beta_1 = 102 - \frac{38}{3}n_f$ discutere l'importanza della correzione a due loop nella determinazione del valore di α_s alla scala di 1 GeV oppure di 1 TeV.

12. Tensore adronico

Calcolare il tensore adronico nel modello a partoni cioè per l'urto su un quark libero, sia per scambio di correnti neutre (γ^* e Z^0) che per correnti cariche (W^\pm). Ricavare le espressioni esplicite delle funzioni di struttura nei due casi.

13. Relazione di Paschos-Wolfenstein

Usando il risultato dell'esercizio precedente, determinare il rapporto

$$R = \frac{\sigma_{NC}(\nu) - \sigma_{NC}(\bar{\nu})}{\sigma_{CC}(\nu) - \sigma_{CC}(\bar{\nu})}$$

tra le sezioni d'urto profondamente inelastiche totali per urto di neutrini o antineutrini su nucleoni mediato da correnti cariche o neutre. Usare il primo ordine perturbativo, ossia il modello a partoni. Semplificare il risultato supponendo che il bersaglio contenga un egual numero di protoni e di neutroni (usare l'isospin). Mostrare che se le distribuzioni di quark s e \bar{s} nel nucleone sono uguali il risultato é del tutto indipendente dalla struttura del nucleone (cioé dalle distribuzioni partoniche).

14. **Splitting function di Altarelli-Parisi**

Calcolare sia in QCD che in QED la splitting function P_{gq} , corrispondente a radiazione di un quark reale da parte di un quark che si trasforma così in gluone (QCD) o fotone (QED). Discutere la differenza tra i due casi

15. **Teorema di Haag**

Calcolare l'ampiezza di scattering $M(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^0)$ ad albero nel modello sigma lineare e nonlineare. Confrontare regole di Feynman e risultati nei due casi.