

Problemi per il corso di
teoria delle interazioni fondamentali
giugno 2005

Primo Modulo

1. Urto Bhabha

Determinare la sezione d'urto differenziale per l'urto $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, nel limite di alta energia in cui la massa degli elettroni é trascurabile. Determinare il risultato in termini di invarianti di Mandelstam e quindi nel centro di massa della coppia leptonica. Discutere la dipendenza della sezione d'urto dall'energia e dall'angolo, ed in particolare studiare il limite $\theta \rightarrow 0$.

2. Rinormalizzazione del vertice di Yukawa

Considerare la teoria descritta dalla seguente lagrangiana (teoria di Yukawa):

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi + g\bar{\psi}\psi\phi + \frac{1}{2} (\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2.$$

Determinare la funzione β per la costante d'accoppiamento g all'ordine più basso in teoria delle perturbazioni.

3. Decadimenti di bosoni vettori

Calcolare la larghezza di decadimento per i processi

$$\begin{aligned} W^-(p) &\rightarrow b(k_1) + \bar{c}(k_2) \\ Z^0 &\rightarrow \mu^+(k_1)\mu^-(k_2) \end{aligned}$$

senza trascurare le masse dei fermioni negli stati finali.

4. Produzione di bosoni vettori

- (a) Calcolare la sezione d'urto ad albero per i processi di annichilazione quark-antiquark in bosoni vettori: $q\bar{q} \rightarrow W^\pm$ e $q\bar{q} \rightarrow Z$. Discutere la distribuzione angolare dei bosoni vettori rispetto alla direzione dei quark entranti.
- (b) Calcolare ad albero le sezioni d'urto $u\bar{u} \rightarrow Z \rightarrow l^+l^-$ e $u\bar{d} \rightarrow W^+ \rightarrow l^+\nu_l$. Discutere le correlazioni angolari tra il leptone carico positivamente nello stato finale ed i quark entranti.

5. Angolo di mixing debole dall'urto elastico neutrino-leptone

Determinare l'angolo di mixing debole $\sin^2 \theta_W$ dal rapporto delle sezioni d'urto totali

$$R = \frac{\sigma_{tot}(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-)}{\sigma_{tot}(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-)}.$$

6. Unitarietà della produzione di W in annichilazione e^+e^-

Calcolare l'ampiezza per il processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ in una teoria in cui gli elettroni sono accoppiati a bosoni vettori intermedi massivi di spin uno con il solo vertice di interazione $e\nu_e W$. Mostrare che questa ampiezza viola l'unitarietà ad alta energia.

Secondo Modulo

7. Teorema di equivalenza

- (a) Ripetere nel modello standard il calcolo del processo dell'esercizio precedente, includendo cioè il vertice trilineare con tre bosoni di gauge. Verificare che l'ampiezza a grande energia non viola più l'unitarietà.

- (b) Calcolare l'ampiezza per il processo $e^+e^- \rightarrow \phi^+\phi^-$ verificare che ad alta energia l'ampiezza per la produzione di una coppia W^+W^- é bene approssimata da quella con gli scalari non fisici (teorema di equivalenza). Verificare la relazione tra l'ampiezza per la produzione di una coppia $W_L^+W_L^-$ e quella per la produzione degli scalari non fisici (identità di Ward)

8. Asimmetria *forward-backward* nell'annichilazione e^+e^-

- (a) Calcolare nel modello standard elettrodebole, a livello ad albero e trascurando tutte le masse dei fermioni, la sezione d'urto differenziale $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ per il processo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.
- (b) Calcolare, in funzione dell'energia, l'asimmetria *forward-backward*, definita come

$$A(\theta) \equiv \frac{\sigma(\theta) - \sigma(\pi - \theta)}{\sigma(\theta) + \sigma(\pi - \theta)}$$

- (c) Valutare l'asimmetria *forward-backward* alla risonanza dello Z_0 , esprimere il risultato in termini degli accoppiamenti vettoriale e vettoriale-assiale dello Z_0 ai leptoni carichi e determinare quindi il valore del seno quadrato dell'angolo di *mixing* debole $\sin^2\theta_W$.
Suggerimento: Per energie nel centro di massa $\sqrt{s} \simeq m_Z$, il diagramma con lo scambio di un bosone Z_0 diventa risonante. Utilizzare per il propagatore del bosone Z_0 l'espressione $\frac{ig^{\mu\nu}}{p^2 - m_Z^2 + i\Gamma_Z m_Z}$, dove Γ_Z è la larghezza totale di decadimento dello Z_0 .

9. Decadimenti del bosone di Higgs

Calcolare la larghezza di decadimento ad albero per i processi $H \rightarrow gg$, $H \rightarrow b\bar{b}$, $H \rightarrow WW$, $H \rightarrow ZZ$.

Determinare il *branching ratio* per i quattro canali studiati, detto *branching ratio* del decadimento $H \rightarrow f$ il rapporto $BR(f) \equiv \frac{\Gamma_{H \rightarrow f}}{\Gamma_{tot}}$. Discutere la dipendenza del risultato dalla massa del bosone di Higgs.

10. Calcolo dei coefficienti di Wilson

Scrivere l'*operator-product expansion* per il prodotto di due correnti assiali (scattering di neutrini) $J_5^\mu(x)J_5^\nu(0)$, limitatamente agli operatori fermionici, e determinare i coefficienti di Wilson corrispondenti all'ordine più basso in teoria delle perturbazioni.

11. Determinazione delle distribuzioni partoniche

Considerare le sezioni d'urto di produzione $p\bar{p} \rightarrow W^\pm$. Utilizzando il risultato dell'esercizio 4, dimostrare che in un *collider* protone-antiprotone la misura dell'asimmetria di carica

$$A = \frac{\frac{d\sigma^+}{dy_e} - \frac{d\sigma^-}{dy_e}}{\frac{d\sigma^+}{dy_e} + \frac{d\sigma^-}{dy_e}}$$

fornisce una determinazione del rapporto delle distribuzioni di quark *up* e *down* $d(x)/u(x)$.

Suggerimento: la rapidità è definita come $y = \frac{1}{2} \log \left(\frac{E+p_z}{E-p_z} \right)$, il suo differenziale è invariante per boost lungo l'asse z

12. Produzione di tre jet nell'annichilazione e^+e^-

Calcolare l'ampiezza ad albero per il processo

$$e^+(p') + e^-(p) \rightarrow q(k_1) + \bar{q}(k_2) + g(k_3),$$

dove tutte le particelle (leptoni entranti e partoni uscenti) sono a massa nulla. Parametrizzare la cinematica mediante l'energia nel centro di massa s ed i parametri adimensionali $x_i = 2k_i \cdot q/q^2$ e calcolare la sezione d'urto differenziale $\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2}$. Discutere la sezione d'urto totale.

13. Urto pione-nucleone nel modello σ

Calcolare le ampiezze di *scattering* ad albero per i processi

$$\begin{aligned} n^a(p_1) + n^b(p_2) &\rightarrow n^c(p_3) + n^d(p_4) \\ \pi^i(k_1) + n^a(p_1) &\rightarrow \pi^j(k_2) + n^b(p_2) \end{aligned}$$

dove π^i e n^a sono rispettivamente nucleoni e pioni con isospin ed impulso generico. Eseguire il calcolo sia nel modello sigma lineare che nel modello nonlineare e confrontare i risultati.