

Problemi per il corso di
teoria delle interazioni fondamentali
aprile 2011

Primo Modulo

1. Processi a due fotoni.

- (a) Si determini la sezione d'urto differenziale per i processi $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ ed $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$.
- (b) Si confrontino le sezioni d'urto calcolate al punto precedente tra di loro e con la sezione d'urto per l'effetto Compton, e se ne discutano gli andamenti sia nel limite di alta che di bassa energia.

2. Rinormalizzazione dell'accoppiamento nella teoria ϕ^3 .

Si consideri la teoria $\lambda\phi^3$, descritta dalla lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2 \right) - \frac{\lambda}{3!} \phi^3, \quad (1)$$

dove ϕ è un campo scalare reale. Si supponga che la dimensione dello spazio-tempo sia $d = 6$

- (a) Si scrivano le regole di Feynman per questa teoria, e le si utilizzino per calcolare la correzione ad un loop al vertice di interazione. Si regolarizzi il calcolo ponendo $d = 6 - 2\epsilon$.
- (b) Si rinormalizzi la costante di accoppiamento λ con una prescrizione a scelta, e si utilizzi il risultato per calcolare la funzione β di questa teoria nel limite di alta energia in cui la massa m è trascurabile.

3. Asimmetria *forward-backward* per il processo di Drell-Yan.

Si consideri il processo $q\bar{q} \rightarrow \mu^+\mu^-$ nel caso in cui \bar{q} e q sono l'uno l'antiquark dell'altro nel modello standard, cioè includendo sia lo scambio di fotoni che di Z .

- (a) Si determini la sezione d'urto differenziale $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$.
- (b) Si discuta come si possa determinare l'angolo di Weinberg $\sin^2\theta_W$ da questa misura esprimendolo in termini di un'opportuna combinazione di determinazioni della sezione d'urto calcolata al punto precedente. Si considerino sia il caso generico, sia il caso in cui l'energia nel centro di massa s della collisione $q\bar{q}$ è pari ad $s = M_Z^2$, dove M_Z è la massa della Z .
- (c) Si determini la sezione d'urto $\frac{d\sigma}{dp_T}$ a partire da quella determinata al punto (a), dove p_T è il modulo della componente dell'impulso di uno dei due muoni nel piano ortogonale all'asse della collisione.

4. Decadimento del pione carico.

Si consideri il decadimento $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$.

- (a) Si scriva l'ampiezza per questo processo in termini di una corrente leptonica e di una corrente adronica, e si dimostri che quest'ultima è parametrizzata da due fattori di forma. Si giustifichi l'approssimazione per cui i fattori di forma possono essere considerati costanti.
- (b) Si calcoli la larghezza totale del decadimento al primo ordine in $\frac{\Delta}{m_\pi}$ e $\frac{m_e}{\Delta}$, dove m_π e m_e sono la massa del pione e dell'elettrone rispettivamente, e $\Delta = m_{\pi^+} - m_{\pi^0}$.

Secondo Modulo

1. Oscillazioni di neutrini

Si consideri un modello, estensione del Modello Standard, in cui i neutrini delle tre famiglie fermioniche hanno masse, m_1, m_2 e m_3 ; si suppongano queste masse non degeneri. Come nel settore dei quarks, in generale gli autostati di massa (ν_1, ν_2, ν_3) non coincidono con quelli dell'interazione debole (ν_e, ν_μ, ν_τ).

- (a) Si limiti lo studio alle prime due famiglie. Si consideri la produzione di un neutrino ν_e al tempo t_0 . Si esprima la probabilità di comparsa al tempo t di un neutrino ν_μ in funzione delle differenze di massa tra i autostati $\Delta m_{12} = m_2 - m_1$. Si calcoli, in funzione

della differenza di massa Δm_{12} , la distanza ottimale tra una sorgente di ν_e e un rivelatore che permetta di osservare la comparsa di ν_μ .

- (b) Come si modificano i risultati del punto precedente, nel caso si includa anche la terza famiglia fermionica?

Si considerino i seguenti limiti: 1) $\Delta m_{13} \gg \Delta m_{12}$, 2) $\Delta m_{13} \sim \Delta m_{12}$ con $\Delta m_{23} \ll \Delta m_{12}$.

- (c) Si discuta la possibilità di avere violazione della simmetria CP, nel caso di processi che coinvolgono solo due oppure tutte e tre le famiglie fermioniche .

2. Polarizzazione del W

Si consideri la sezione d'urto di produzione W +jet a LHC.

- (a) Si calcoli la sezione d'urto per il sottoprocesso partonico $u\bar{d} \rightarrow W_{L,T}^+ g$, in cui il bosone W abbia polarizzazione rispettivamente longitudinale o trasversa. Si determini, nei due casi, la distribuzione in impulso trasverso del W , in particolare con $p_\perp^W \geq 50$ GeV.
- (b) Si consideri il decadimento $W_{L,T}^+ \rightarrow e^+\nu_e$. Si calcoli la larghezza totale di decadimento di un W polarizzato, con polarizzazione longitudinale oppure trasversa. Si calcoli nei due casi la distribuzione angolare del positrone.
- (c) Si discuta come, utilizzando i risultati dei due punti precedenti, sia possibile determinare sperimentalmente la polarizzazione del W .

3. Misura dell'angolo di Weinberg nel processo di Drell-Yan.

- (a) Si definisca la rapidità della coppia di Drell-Yan $Y = \frac{1}{2} \frac{q_0 + q_z}{q_0 - q_z}$ e si scriva l'espressione fattorizzata per la distribuzione in rapidità, massa invariante M^2 ed impulso trasverso per la sezione d'urto per la produzione di Drell-Yan in collisioni protone-protone.
- (b) Prendendo come termine di paragone la produzione di coppie di leptoni in collisioni e^+e^- , si discuta se e come sia possibile estrarre l'angolo di Weinberg dalla misura dell'asimmetria *forward-backward* della distribuzione angolare di un leptone.

- (c) Si determini la distribuzione angolare del leptone per il sottoprocesso partonico al primo ordine perturbativo partendo dalla sua espressione nel sistema del centro di massa partonico e riesprimendola in termini di variabili cinematiche definite a livello adronico.
- (d) Si scriva l'espressione della distribuzione angolare per il processo adronico fattorizzato utilizzando il risultato del punto precedente. Si discuta in che regioni cinematiche la determinazione dell'angolo di Weinberg sia possibile.
- (e) Si discuta come le correzioni al di là del primo ordine perturbativo modifichino la trattazione al punto precedente (non è richiesto il calcolo esplicito).

4. Produzione di jet.

- (a) Si scriva l'espressione fattorizzata per la sezione d'urto di produzione inclusiva di un partone in collisioni protone-protone, differenziale rispetto alla rapidità ed all'impulso trasverso del partone. Si disegnino i diagrammi di Feynman corrispondenti ai sottoprocessi partonici al primo ordine.
- (b) Ci si concentri sul sottoprocesso di annichilazione quark-antiquark. Si calcoli la sezione d'urto partonica al primo ordine, supponendo che il partone nello stato finale sia un quark.
- (c) Si consideri ora il caso più semplice di produzione inclusiva di un partone in collisioni e^+e^- . In questo caso, si disegnino tutti i diagrammi di Feynman all'ordine zero ma anche al primo ordine nella costante di accoppiamento α_s .
- (d) Si calcolino i contributi di emissione reale alla sezione d'urto fino all'ordine α_s , e si mostri la fattorizzazione delle singolarità collineari.